

Тимофеев В.В., Кукса П.П.

Московский Государственный Технический Университет им. Н.Э. Баумана  
(г. Москва)

## ПОСТРОЕНИЕ И ИДЕНТИФИКАЦИЯ НЕЧЕТКИХ СИСТЕМ В ПРИЛОЖЕНИЯХ УПРАВЛЕНИЯ И СИСТЕМНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Широкое применение нечетких систем обусловлено, не только возможностью формально представить и обрабатывать нечеткие понятия и знания, но и их вычислительными свойствами: возможностью аппроксимировать любую нелинейную функцию с любой точностью, а также функциональным сходством нечетких систем и нейронных сетей. В приложениях управления это дает возможность создавать адаптивные системы с оптимальным управлением, которое может быть аппроксимировано выходной переменной нечеткого регулятора, а также системы, обладающие свойствами обучения и адаптации.

Перспективным направлением развития теории управления является построение адаптивных систем на базе нечетких контроллеров и нейросетевой технологии.

Наличие большого числа теоретических работ по нечеткой логике и нейросетевой технологии в сочетании с достижениями теории автоматического управления позволяет обоснованно проектировать адаптивные системы управления. Проблема построения подобных систем находится в состоянии развития, не все задачи еще решены.

Решение проблемы обучения, как структурного, так и параметрического представляет важную и актуальную задачу.

Существуют различные методы разработки нечетких регуляторов. Нечеткий алгоритм управления, представляемый в виде совокупности нечетких правил управления, формируется:

- на основе обобщения опыта и знаний инженера по управлению и квалифицированного оператора;
- тщательного изучения или содержательного анализа рассматриваемой задачи;
- путем обучения, начиная с ситуации, когда в базе знаний еще нет ни одного правила, или осуществляя улучшение нечеткой модели за счет оперативного или автономного обучения.

Набор нечетких правил, описывающий поведение исследуемой системы или алгоритм действия управляющего устройства, может быть

получен с использованием экспертной информации или входо-выходных данных. Имеющийся массив данных может использоваться как для настройки и оптимизации нечеткой системы (НС), так и для автоматической генерации набора правил в форме (1). В последнем случае получаемая модель является эмпирической, а ее построение сводится к решению задачи идентификации.

$$R^{(j)} : IF x_1 is A_{1k(1,j)} AND x_2 is A_{2k(2,j)} AND \dots AND x_n is A_{nk(n,j)} THEN y is B_{h(j)} \quad (1)$$

где  $k(i, j) : \{1, 2, \dots, n\} \times \{1, 2, \dots, R\} \rightarrow \{1, 2, \dots, n_i\}$ ;  $h(j) : \{1, 2, \dots, R\} \rightarrow \{1, \dots, H\}$ .

В процедуре построения нечеткой модели системы можно выделить два этапа:

- 1) этап формирования базы нечетких правил;
- 2) этап адаптации параметров правил, составляющих сформированную базу правил.

Первый этап является этапом структурной идентификации и оптимизации. На этом этапе осуществляется генерация набора правил и оптимизация структуры - индуцированного набора нечетких правил. Оптимизация структуры включает отбор значимых входов и адаптацию нечеткой базы правил. При построении набора правил могут использоваться как алгоритмы сокращения, так и алгоритмы дополнения, в результате работы которых формируется итоговая (конечная) база правил. В случае алгоритмов сокращения начальная база правил содержит все возможные правила (является полной). Часть правил при оптимизации может быть удалена. В случае алгоритмов дополнения начальная база правил пуста или содержит некоторое количество априорно известных правил.

Второй этап является этапом параметрической оптимизации набора правил и сводится к нахождению оптимальных значений параметров в соответствии с принятым критерием и имеющимися данными. Параметрами базы правил являются: множество параметров условий, множество параметров заключений, элементами которых являются параметры функций принадлежности (ФП) термов переменных. Также возможна адаптация используемых в алгоритме нечеткого вывода нечетких операций (T- и S- норм, операции дефазификации).

Как первый, так и второй этапы могут быть реализованы различными способами.

Предложено [1-7, 11] большое число разнообразных методов решения проблемы идентификации нечетких систем. Вопросам интерпретируемости получаемых в результате моделей практически не уделяется внимания: интерпретируемость предполагается присущей нечеткой модели по определению, что верно не всегда [9]. Построение

интерпретируемых нечетких моделей требует специальной организации алгоритмов структурно-параметрической идентификации и обучения.

Структурная идентификация нечетких моделей может рассматриваться как комбинаторно-оптимизационная задача структурного синтеза. В качестве критерия оптимальности может выступать среднеквадратичная ошибка MSE. Реализация полного перебора всех возможных конфигураций нечетких множеств при ограничениях (2) на

структуру потребует рассмотрения  $\binom{m}{q} 2^{(q+3)p}$  различных наборов правил, где  $m+2$ ,  $q+2$ ,  $p$  - количество зафиксированных точек базовой шкалы, число термов и количество входов, соответственно. Полный перебор всех возможных структур моделей даже при строгой фиксации допустимых координат вершин нечетких подмножеств невозможен уже при средних значениях  $m$ ,  $q$  и  $p$ .

Найти  $\Phi = \{\Phi_1, \dots, \Phi_p\} : RMSE \rightarrow \min$

$$\text{при } \forall x_j \in X_j = [l_j, u_j] \sum_{i=1}^{q+2} \mu_{i,j}(x_j) = 1, j \in \{1, \dots, p\}$$

$$l_j < x_{0,j} < x_{1,j} < \dots < x_{m+1,j} = u_j, \mu_{i,j}(x) = \mu_{x_{k_{i-1}}, x_{k_i}, x_{k_{i+1}}}, x \in X_j \quad (2)$$

$$k_i \in \{1, \dots, m\}, i \in \{1, \dots, q+2\}, k_0 = 0, k_{q+3} = m+1$$

где  $\Phi_j = \{A_{j,1}, \dots, A_{j,q+2}\}$  - конфигурация нечетких подмножеств  $j$ -той переменной.

Вследствие указанных причин, решение задачи структурной идентификации опирается на эвристические методы. В результате анализа существующих методов и подходов к построению нечетких моделей выделено несколько групп методов формирования нечетких правил. Кратко рассмотрим основные методы (подробный анализ приведен в [8]).

#### 1. Построение максимально полной базы правил.

Формируется максимальный набор  $\{R_i\}_1^n$  нечетких правил с конъюнктивной формой условной части, где  $n = R_{\max} = \prod_{i=1}^p n_i \times o$ ,  $p$  - число входов,  $n_i$  - количество нечетких подмножеств в  $i$ -том домене.

Нечеткое разбиение областей определения базовых переменных  $x_j$  может осуществляться вручную или автоматически (равномерное разбиение, динамическое разбиение на основе геометрических критериев максимума ошибки [2,8], оптимальное разбиение с использованием генетических алгоритмов или нечеткой кластеризации).

## 2. Методы, использующие нечеткую кластеризацию.

С использованием алгоритмов кластеризации [13,15] находятся естественные группировки данных, на их основе определяются нечеткие разбиения базовых доменов и формируются нечеткие правила.

Для построения ФП при осуществлении кластеризации могут использоваться различные методы [8]. Представляется целесообразным рассматривать проекции прототипов кластеров как опорные точки для построения структуры разбиения, удовлетворяющей требованиям разработчика относительно величины покрытия доменов, максимальной степени перекрытия соседних нечетких подмножеств и т.д.

Для формирования нечетких разбиений с учетом заданных ограничений на количество нечетких подмножеств в каждом из доменов, предлагается осуществлять кластеризацию на двух уровнях: на первом уровне применяется многомерная кластеризация, на втором агломеративно-иерархическая кластеризация внутри отдельных доменов.

## 3. Структурно-ориентированные методы [3].

Формирование правил осуществляется в процессе последовательной обработки массива данных (пар данных вход-выход). Нечеткие разбиения предполагаются известными (форма нечетких множеств, их количество заданы разработчиком или определены автоматически). Условия правил образуются объединением тех нечетких подмножеств, принадлежность рассматриваемого входа к которым максимальна. В качестве заключения правила выбирается нечеткое подмножество, степень принадлежности выхода к которому максимальна и выше пороговой (если такое нечеткое подмножество отсутствует, то создается новое нечеткое множество).

## 4. Нейро-нечеткие методы [4,5,6].

Основные трудности при использовании нечетких систем на практике связаны с априорным определением и построением функций принадлежности. Вид и параметры функций принадлежности выбираются субъективно и могут быть не вполне адекватны действительности. Возможным путем преодоления указанных трудностей является подход, использующий нейросетевые методы обучения применительно к параметрам нечеткой модели или ее структуре с использованием принципов структурной самоорганизации и самоадаптации.

Общими свойствами нейро-нечетких методов являются представление нечеткой системы в виде адаптивной сетевой структуры и использование алгоритмов обучения, аналогичные нейросетевым.

Для получения качественных и интерпретируемых моделей, модификация параметров нечетких правил должна выполняться с учетом семантических ограничений [12].

Предлагаемые в литературе [1,6,7,11] методы решения задач автоматического построения и обучения нечетких систем в рамках нейро-нечеткого подхода приведены в таблице 1.

На основе анализа существующих методов и подходов к конструированию нечетких моделей определяется подход к решению задач структурного и параметрического обучения и предлагается процедура построения набора нечетких правил и определения оптимальных параметров нечетких регуляторов. Нечеткое разбиение с учетом требований интерпретируемости можно реализовать как двухэтапную процедуру. На первом этапе определяются координаты вершин нечетких подмножеств в каждом домене, на втором находятся оставшиеся параметры ФП исходя из требуемой величины покрытия доменов  $\varepsilon$ . Так

для гауссовых функций принадлежности  $\mu_{A_j^i}(x_i) = \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x_i - m_{ij}}{\sigma_{ij}}\right)^2\right]$ ,

$i = 1, 2, \dots, n$ ,  $j = 1, 2, \dots, K_i$ , с учетом заданных ограничений  $K_i$  на количество нечетких подмножеств в  $X_i$  можно предложить следующий алгоритм конструирования набора нечетких правил.

Алгоритм 1. Алгоритм автоматического формирования нечетких разбиений.

1. Получение набора прототипов  $\{p_k\}_{k=1\dots P}$  в результате нечеткой кластеризации FCM [13] предоставленного набора данных (многомерная кластеризация в пространстве  $D \times Y$ ).

2. Проецирование прототипов и проведение агломеративно-иерархической кластеризации [14] (получение для каждого домена  $X_i$  набора опорных точек  $c_i = \{c_{i,1}, \dots, c_{i,K_i}\} \subset X_i = [m_i, M_i]$ ).

3. Определение параметров ФП:

$$m_{i,j} = \frac{(t_{i,j-1} + t_{i,j})}{2}, \quad j = 1, \dots, K_i; \quad \sigma_{i,j} = \frac{t_{i,j} - t_{i,j-1}}{2 \cdot \sqrt{-2 \ln \varepsilon}}, \quad (3)$$

где  $t_{i,j}$  координаты пересечения смежных нечетких подмножеств  $j$  и  $j+1$ .

$$t_{i,j} = \begin{cases} 2m_i - \frac{c_{i,1} + c_{i,2}}{2}, & j = 0 \\ \frac{c_{i,j} + c_{i,j+1}}{2}, & j = 1 \dots K_i - 1 \\ 2M_i - \frac{c_{i,K_i-1} + c_{i,K_i}}{2}, & j = K_i \end{cases} \quad (4)$$

Алгоритм 2. Алгоритм генерации нечетких правил на основе входо-выходной информации (алгоритм дополнения).

Таблица 1.

	Стратегия обучения	Параметрическая оптимизация	Структурно-параметрическая идентификация
ANFIS (TS-FLS)[6]	каждая итерация обучения состоит из двух шагов: МНК и градиентный алгоритм	МНК и градиентный метод	выполняется автоматически при задании разработчиком количества входов и количества нечетких подмножеств в каждом из доменов
SONFIN (IMF-FLS)[11]	гибридная стратегия обучения	градиентный метод	соревновательное обучение
SANFIS (IMF-FLS)[1]	самоорганизация и самоадаптация	-	эвристический алгоритм добавления нечетких правил с созданием новых ФП или адаптацией существующих, дополненный фазой самоадаптации
NEFCON (FLS)[7]	Гибридная стратегия обучения	эвристический алгоритм обучения [3]	алгоритм дополнения [3]

1. Для каждой пары данных вход-выход  $(p_k, t_k)$ ,  $k=1...N$  определяется набор из  $p$  нечетких подмножеств (по числу входов):  $A = \{\mu_{1,k_1}, \dots, \mu_{p,k_p}\}$ , где  $\mu_{j,k_j} = \max\{\mu_{j,1}(p_k), \dots, \mu_{j,n_j}(p_k)\}$ ,  $j=1...p$ . Найденный набор  $A$  добавляется к  $LA$ , если  $A \notin LA$ .

2. Для каждого antecedента  $A \in LA$  рассчитывается

$$\text{средневзвешенное значение } m_A = \frac{\sum_{k=1}^N A(p_k)t_k}{\sum_{k=1}^N A(p_k)}, \quad A(p_k) > 0.$$

3. Для каждого antecedента  $A$  из  $LA$  находится соответствующий консеквент  $C_v$ , который выбирается по критерию максимума принадлежности:  $C_v : \mu_{C_v} = \max\{\mu_{C_1}(m_A), \dots, \mu_{C_h}(m_A)\}$ .

Количество генерируемых правил ограничено сверху мощностью информационного множества входо-выходных данных.

На основании принципа обратного распространения ошибки и теории адаптивных сетей разработаны правила адаптации параметров в обобщенной форме и для случая треугольных нечетких множеств. Полученные выражения могут использоваться для реализации алгоритмов параметрического обучения в автономном и оперативном режимах, при этом обеспечивается свойство единственности представления лингвистических термов за счет *связанной* адаптации параметров ФП.

Правила адаптации параметров нечетких систем для случая он-лайн обучения приведены в таблице 2.

Таблица 2.

Обобщенная форма правил связанной адаптации	
$w_{cm}^{new} = w_{cm}^{old} - \eta_c [y(\bar{x}_i, w) - y_{di}] \frac{\sum_{l'=1}^R \tau_{l'}(\bar{x}_i, w_a) \frac{\partial v_m(w_c)}{\partial w_{cm}}}{\sum_{l=1}^R \tau_l(\bar{x}_i, w_a)}, m = 1, 2, \dots, H$	
$w_{ajm}^{new} = w_{ajm}^{old} - \eta_a [y(\bar{x}_i, w) - y_{di}] \frac{\sum_{l' \in I_{jm}^a} [v_{h(l')}(w_c) - y(x_i, w)] \frac{\partial \tau_{l'}(\bar{x}_i, w_a)}{\partial w_{ajm}}}{\sum_{l=1}^R \tau_l(\bar{x}_i, w_a)},$	$m = 1, 2, \dots, K_j \quad j = 1, 2, \dots, n$
Правила связанной адаптации параметров для треугольных ФП	
$\frac{\partial e}{\partial b_k} = (\hat{y} - y_{di}) \frac{\sum_{r' \in I_k^c} \tau_{r'} s_{r'}}{\sum_{l=1}^R \tau_l s_{h(l)}}, k = 1, 2, \dots, H$	
$\frac{\partial e}{\partial s_k} = (\hat{y} - y_{di}) \frac{\sum_{r' \in I_k^c} \tau_{r'}(x_i)(b_{r'} - \hat{y}(x_i))}{\sum_{l=1}^R \tau_l s_{h(l)}}$	
	$a_j^{m-1} < x_j < a_j^m$
$\frac{\partial e}{\partial a_j^m} = (\hat{y} - y_{di}) \frac{1}{a_j^m - a_j^{m-1}} \frac{\frac{\mu_{A_j^m}(x_{ji})}{\mu_{A_j^{m-1}}(x_{ji})} \sum_{r' \in I_{j,m-1}^a} \tau_{r'} s_{r'}(b_{r'} - \hat{y}) - \sum_{r' \in I_{j,m}^a} \tau_{r'} s_{r'}(b_{r'} - \hat{y})}{\sum_{l=1}^R \tau_l s_{h(l)}}$	
	$a_j^m < x_j < a_j^{m+1}$
$\frac{\partial e}{\partial a_j^{m+1}} = (\hat{y} - y_{di}) \frac{1}{a_j^{m+1} - a_j^m} \frac{\sum_{r' \in I_{j,m}^a} \tau_{r'} s_{r'}(b_{r'} - \hat{y}) - \frac{\mu_{A_j^m}(x_{ji})}{\mu_{A_j^{m+1}}(x_{ji})} \sum_{r' \in I_{j,m+1}^a} \tau_{r'} s_{r'}(b_{r'} - \hat{y})}{\sum_{l=1}^R \tau_l s_{h(l)}}$	

Примечание: В таблице 2 использованы следующие обозначения:

$e = 1/2(\hat{y} - y_{di})^2$  - ошибка на  $i$ -том наборе;

$b_k, s_k$  - центр и ширина основания треугольной ФП;

$a_j^m$  - вершина  $m$ -го нечеткого подмножества  $j$ -той переменной;  $\tau_l$  - степень истинности условия;  $w_{ajm}$  - параметр  $m$ -го нечеткого подмножества  $j$ -той переменной;  $w_{cm}$  - параметр  $m$ -го консеквента;  $I_k^c = \{l | h(l) = k\}$ ,  $I_{jm}^a = \{l | k(j, l) = m\}$ .

В качестве модельного примера рассмотрим следящую систему управления температурой внутри некоторого объекта, в качестве которого могут выступать помещение, корпус системного блока, промышленные охлаждающие установки и т.д. Для систем подобного класса традиционно используется cut-in – cut-out или PID контроллеры. Недостатками систем управления на основе таких контроллеров являются существенные перерегулирование и колебательность переходных процессов, наличие широкой зоны нечувствительности между пороговыми температурами включения и выключения (и, соответственно, большой размах воздействующих температур), необходимость в точной математической модели управляемого объекта в случае PID, в то время как такой модели часто нет вследствие сложности, уникальности или заказного характера объектов такого типа. В промышленных системах требуется не только точный контроль температуры, но и малое время переходного процесса, небольшие величины перерегулирования [10]. Кроме того, PID контроллеры не показывают хороших результатов при функционировании в условиях неопределенности: изменении параметров объекта в процессе работы, неконтролируемых внешних возмущениях (регулярных и случайных).

Динамика регуляторов подобного класса описывается набором нечетких правил управления, определяющих действия регулятора в конкретных ситуациях управления. Для рассматриваемой системы регулирования температуры входными переменными являются: ошибка  $e(t)$ , представляющая собой рассогласование между желаемой и фактической температурой, и скорость изменения ошибки  $c(t)$ . Выходом, или управляющей нечеткой переменной, является сигнал управления  $u(t)$ . Все три нечеткие переменные представлены (квантованы) в виде семи нечетких подмножеств: от отрицательного высокого значения (NL) до положительного высокого значения (PL).

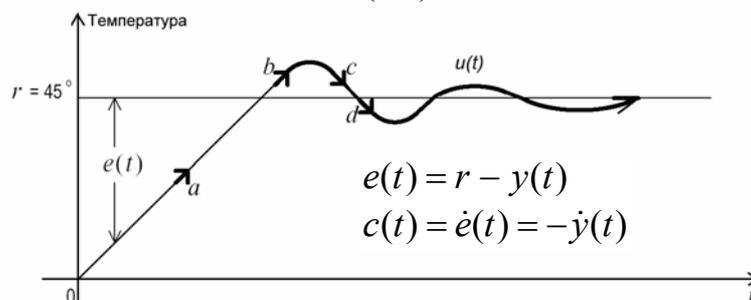


Рис. 1. Характерный ход переходного процесса

Точки на графике (рис. 1) соответствуют различным ситуациям управления. Соответственно в базе нечетких правил должны содержаться минимум четыре правила (одно правило для каждой из указанных ситуаций):

$$R^1: \text{ IF } e > 0 \text{ AND } \dot{e} < 0 \text{ THEN } u(t+1) = u(t) + \Delta u(t);$$

$$R^2: \text{ IF } e < 0 \text{ AND } \dot{e} < 0 \text{ THEN } u(t+1) = u(t) - \Delta u(t);$$

$$R^3: \text{ IF } e < 0 \text{ AND } \dot{e} > 0 \text{ THEN } u(t+1) = u(t) + \Delta u(t);$$

$$R^4: \text{ IF } e > 0 \text{ AND } \dot{e} > 0 \text{ THEN } u(t+1) = u(t) - \Delta u(t).$$

\*знак минус означает корректировку действия регулятора.

Приведенная система правил является минимальной и составляет принципиальную основу для построения нечеткого регулятора.

С учетом заданных нечетких множеств база правил эвристического алгоритма управления имеет вид, показанный на рис. 2.

		$\dot{e}$									
		u	NL	NM	NS	ZO	PS	PM	PL	Лингвистические значения	
e	NL	NL	NL	NL	NL	NL	NM	ZO	PS	PL	положительное большое
	NM	NL	NL	NL	NM	ZO	PS	PM	PM	PM	положительное среднее
	NS	NL	NL	NM	ZO	PS	PM	PS	PS	PS	положительное малое
	ZO	NL	NM	ZO	PS	PM	PL	PL	ZO	ZO	близкое к нулю
	PS	NM	ZO	PS	PM	PL	PL	PL	NS	NS	отрицательное малое
	PM	ZO	PS	PM	PL	PL	PL	PL	NM	NM	отрицательное среднее
	PL	PS	PM	PL	PL	PL	PL	PL	NL	NL	отрицательное большое

Рис. 2. Матрица нечетких правил

Для сформированной разработчиком базы правил необходимо определить параметры используемых функций принадлежности.

Конкретные значения параметров ФП переменных  $e(t)$ ,  $\dot{e}(t)$  и выходной переменной  $u(t)$  настраивались с использованием информации «вход-выход» на основе приведенных алгоритмов адаптации.

Работоспособность предложенных методов структурно-параметрической идентификации нечетких систем и алгоритмов параметрической оптимизации демонстрируется на примере решения задачи идентификации динамической системы по временному ряду, когда система с запаздыванием описывается уравнением Маккея-Гласса (5).

$$\dot{x}(t) = \frac{ax(t-\tau)}{1+x^{10}(t-\tau)} - bx(t), \quad a = 0.2, b = 0.1, \tau = 17 \quad (5)$$

Полученная в результате структурно-параметрической идентификации с использованием информации из массива «вход-выход» модель включала 16 нечетких правил в форме (1). Результаты тестирования полученной в результате обучения модели приведены на рис. 3.

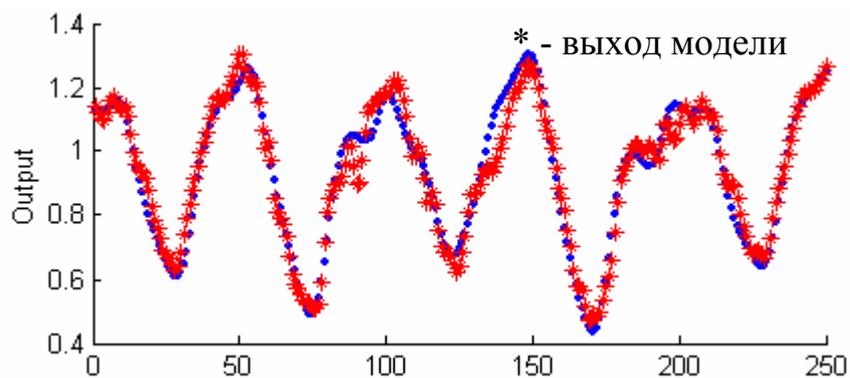


Рис. 3.

Предлагаемые алгоритмы построения и идентификации нечетких моделей могут использоваться для получения нелинейной математической модели объекта управления по входным / выходным данным, т.е. для решения задачи идентификации. Разработанные правила адаптации могут применяться при оптимизации баз правил для повышения эффективности работы нечетких систем управления.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. *J.-S. Wang, C. S. G. Lee* Structure and Learning in Self-Adaptive Neural Fuzzy Inference Systems // *International Journal of Fuzzy Systems*, Vol. 2, No. 1, March 2000.
2. *Guillaume S.* Designing Fuzzy Inference Systems from Data // *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 9, no. 3, June 2001, pp. 426-443.
3. *Nauck D.* Data Analysis with Neuro-Fuzzy Methods // *Dr. rer. nat.*, Feb. 2000.
4. *Jang J.-S., C.-T. Sun* Neuro-Fuzzy and Soft Computing: A Computational Approach to Learning and Machine Intelligence, Prentice Hall, ISBN 0-13-261066-3, 1997.
5. *S. Mitra, Y. Hayashi*, Neuro-Fuzzy Rule Generation: Survey in Soft Computing Framework // *IEEE Transactions On Neural Networks*, vol. 11, no. 3, May 2000.
6. *Jang R.* ANFIS: Adaptive - Network - Based Fuzzy Inference System, *IEEE Trans. On Systems, Man, Cybernetics*, 23(03):665-685, 1993.
7. *Nauck D., Klawonn F., Kruse R.* Foundations of Neuro-Fuzzy Systems, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1997. – 305 p.
8. *Кукса П.П.* Структурная идентификация и оптимизация лингвистических нечетких моделей // готова к публикации в сборнике научных трудов, ноябрь 2003.
9. *A. Riid* Transparent Fuzzy Systems: Modeling and Control, 2002. – 227 p.
10. *P. Galan* Temperature control based on traditional PID vs. fuzzy controllers, 2001.
11. *G. Castellano, A. M. Fanelli* A self-organizing neural fuzzy inference network // *Neural Networks*, 2000. *IJCNN 2000*, pp. 14-19.
12. *de Oliveira J.V* Semantic constraints for membership function optimization // *IEEE Trans. Systems, Man and Cybernetics*, vol. 29, no. 1, 1999, pp. 128 -138.
13. *J.C. Bezdek* Pattern Recognition with Fuzzy Objective Function Algorithms Plenum Press, New York, 1981.
14. *S.C. Johnson* Hierarchical clustering schemes // *Psychometrika*, vol.2, 1967, p.241-254.
15. *Кукса П.П.* Анализ алгоритма нечеткой кластеризации // Труды молодых ученых, аспирантов и студентов «Информатика и системы управления», 2003, с.249-253.